

Министерство образования РФ
Пермский государственный технический университет
Кафедра Динамики и прочности машин

МЕТОД ДЕЛИТЕЛЬНЫХ СЕТОК

Пермь 2003

УДК 621.73.001.5

Составил: Сурсяков В.А., к.ф.-м.н., ст.н.с.

Рецензент: Лежнева А. А., к.ф.-м.н.

Сурсяков В.А. Определение деформаций по искажению делительных сеток: Методическая разработка.- Пермский государственный технический университет.- Пермь, 2003.- 15 с.

Изложен экспериментальный метод определения деформированного состояния по искажению делительной сетки, нанесенной на поверхность образца, приведены методики Пашкова и Зибеля, а также общий случай, предложенный И.П.Ренне. Применительно к металлам дано описание микроструктурного анализа как разновидности метода делительных сеток, приведены зависимости для расчета величины и направлений главных деформаций.

Метод делительных сеток (МДС) является старейшим и наиболее часто применяемым экспериментальным методом исследования больших упругих и пластических деформаций. Метод основан на нанесении на исследуемый объект делительной сетки, представляющей из себя систему меток, форма и положение которых сравнительно просто описываются в какой – либо системе координат (обычно декартовой, реже цилиндрической). При исследовании пластических деформаций обычно используют логарифмическую меру, т.е. деформацию отрезка, имеющего первоначальную длину l_0 , а длину после деформации l , можно представить в виде:

$$\varepsilon = \ln \frac{l}{l_0}.$$

Перед нанесением сетки исследуемая поверхность тщательно очищается и обезжиривается. При работе на низкомолекулярных материалах типа резины, полиуретана, эпоксидной смолы для улучшения адгезии можно нанести подслои. Выбираемые для обезжиривания реактивы не должны быть коррозионно – активными для исследуемой поверхности. Нанесение малобазных координатных сеток выполняют фотоспособом, травлением, накаткой, напылением, царапанием, электрохимическим способом. Наиболее просты в использовании накатанные сетки.

В основу метода накатанных делительных сеток положены следующие требования:

- а) стандартность методики нанесения сеток;
- б) простота оборудования и методики нанесения сетки;
- в) достаточная пластичность сетки;
- г) нанесение сетки без повреждения поверхности образца;
- д) относительно малая база сетки.

Накатанные сетки наносят на исследуемую поверхность с помощью металлических матриц или тангиров.

Способ тангиров

Тангир представляет собой тонкую желатиновую пленку (с разнообразным рельефным рисунком на поверхности) натянутую на деревянную рамку. Со стороны рельефа сетку покрывают тонким слоем типографской краски при помощи упругого валика, затем накладывают ее на исследуемую поверхность и притирают другим валиком, при этом рисунок рельефа переходит на исследуемую деталь или образец. Тангиры можно применять для нанесения сеток только на плоские полированные поверхности. Сам процесс трудоемок и требует жесткого фиксирования положения тангира и образца.

Способ металлических матриц

При использовании металлических матриц оригинал сетки изготавливают в виде клише с заданным рисунком, который затем переносят на деталь при помощи упругого валика. Эта методика позволяет наносить сетки с базой 0,4 мм и больше; сетки сохраняют контрастность линий до высокой степени деформирования и устойчивы до 400°С. Металлические матрицы позволяют накатывать сетку как на плоские, так и на криволинейные поверхности, а простота процесса накатки позволяет применять способ матриц при лабораторных испытаниях механических свойств материала. Наличие накатанной сетки на поверхности обогащает испытания наглядной картиной распределения деформаций по всей длине образца.

Погрешность метода накатанных сеток складывается из погрешности измерения, погрешности геометрических размеров элементов сетки на матрице и искажения сетки при нанесении ее на исследуемый образец. Практически с помощью накатанных сеток

можно с достаточной точностью получать картину деформаций при величинах деформирования 5 и более процентов.

Экспериментальные методы исследования процессов пластического формоизменения, основанные на изучении искаженной деформацией сетки, можно разделить на несколько групп, к главнейшим из которых относятся методы, базирующиеся на основных положениях теории конечных деформаций, поэтапные методы исследования, также опирающиеся на постулаты деформационной теории, и методы, основанные на применении теории пластического течения.

В основе методов конечных деформаций лежит теорема о преобразовании элементарной сферы (объемная деформация) или окружности (плоская деформация) в результате конечного формоизменения в эллипсоид или эллипс, главные оси которого совпадают с направлением главных осей деформаций. Главные компоненты деформации определяются в этом случае как натуральные логарифмы отношений главных диаметров эллипсоида (эллипса) к диаметру исходной сферы (окружности).

На основании деформационной теории Генки принимается также, что главные оси напряжений изотропного тела совпадают с направлением главных осей эллипсоида (эллипса). Следовательно, методы конечных деформаций применимы только к тем процессам или их стадиям, которые удовлетворяют условиям монотонности, т.е. когда главные оси скорости деформации совпадают с одними и теми же материальными волокнами деформируемого тела, а вид деформированного состояния остается неизменным [1]. Широко известны методики этой группы, предложенные Э.Зибелем [2] и П.Пашковым [3].

В методе Зибеля исходная квадратная ячейка превращается в параллелограмм, а вписанная в квадрат окружность деформируется в эллипс (рис. 1).

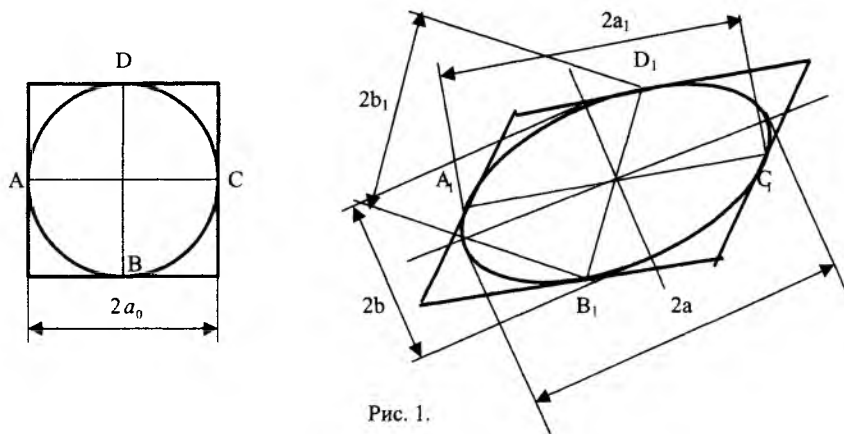


Рис. 1.

Фиксируются сопряженные диаметры $2a$, и $2b$, соединяющие точки касания эллипса со сторонами параллелограмма и угол δ между ними.

Главные оси определяются по формулам:

$$2a = \sqrt{2 \left[a_1^2 + b_1^2 + \sqrt{(a_1^2 + b_1^2)^2 - 4a_1^2 b_1^2 \sin^2 \delta} \right]} \quad (1)$$

$$2b = \sqrt{2 \left[a_1^2 + b_1^2 - \sqrt{(a_1^2 + b_1^2)^2 - 4a_1^2 b_1^2 \sin^2 \delta} \right]},$$

а угол α , образованный большей главной осью эллипса и большим сопряженным диаметром, вычисляется по формуле:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{2} \left[\left(1 - \frac{b^2}{a^2} \right) \operatorname{tg} \delta - \sqrt{\left(1 - \frac{b^2}{a^2} \right) \operatorname{tg}^2 \delta - 4 \frac{b^2}{a^2}} \right] \quad (2)$$

Главные компоненты пластической деформации находят по уравнениям:

$$\varepsilon_1 = \ln \frac{a}{a_0}, \quad \varepsilon_2 = \ln \frac{b}{a_0}, \quad (3)$$

а интенсивность деформаций с учетом условия несжимаемости:

$$\varepsilon_i = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \varepsilon_1 \varepsilon_2} \quad (4)$$

Для проведения эксперимента и обработки результатов удобно пользоваться координатами точек касания А,В,С,Д, а полученные характеристики формоизменения считать локальными для центра ячейки (рис. 1).

В методе Пашкова исходная ячейка также имеет форму квадрата со стороной $2a_0$, а параметрами, характеризующими искажение ячейки, будут размеры сторон параллелограмма $2a_1$ и $2b_1$ и угол δ между ними, а поворот относительно фиксированных на плоскости осей координат характеризуется двумя углами [4]. Главные компоненты деформации ε_1 и ε_2 , а также интенсивность деформации ε , рассчитываются также по формулам (3, 4).

Расчетные формулы Зибеля и Пашкова таковы, что исходная ячейка делительной сетки должна первоначально обязательно иметь квадратную форму. Погрешность в нанесении ортогональной сетки может привести к ошибке в определении как значений главных деформаций, так и направлений главных осей.

И.П. Ренне показал, что можно получить формулы и для более общего случая, когда исходная ячейка имеет форму параллелограмма, т.е. ее параметрами являются размеры a_0 , b_0 и

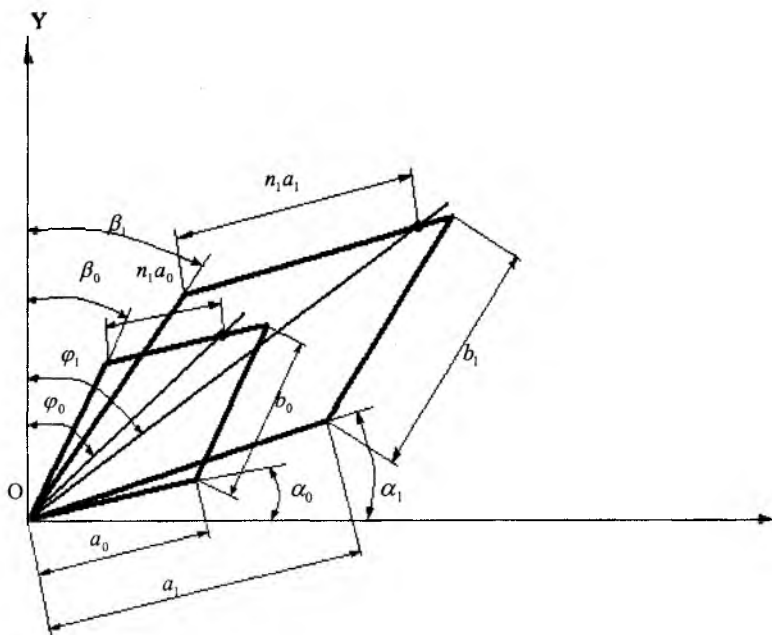


Рис. 2

угол δ_0 , а положение ячейки относительно фиксированной системы координат XOY определяется углами α_0 и β_0 (рис.2).

В этом случае главные компоненты деформации определяются следующим образом:

$$\epsilon_1 = \frac{1}{2} \ln \frac{b_1^2 + n_1^2 a_1^2 + 2n_1 a_1 b_1 \cos \delta_1}{b_0^2 + n_1^2 a_0^2 + 2n_1 a_0 b_0 \cos \delta_0} \quad (5)$$

$$\epsilon_2 = \frac{1}{2} \ln \frac{b_1^2 + n_2^2 a_1^2 + 2n_2 a_1 b_1 \cos \delta_1}{b_0^2 + n_2^2 a_0^2 + 2n_2 a_0 b_0 \cos \delta_0} \quad (6)$$

$$\text{где } n_{1,2} = \frac{B \pm \sqrt{B^2 + 4A \cdot C}}{2A}$$

$$A = a_0 b_0 a_1^2 \cos \delta_0 - a_1 b_1 a_0^2 \cos \delta_1$$

$$B = a_0^2 b_1^2 - a_1^2 b_0^2$$

$$C = a_0 b_0 b_1^2 \cos \delta_0 - a_1 b_1 b_0^2 \cos \delta_1.$$

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{b_0 \sin \beta_0 + n_{1(2)} a_0 \cos \alpha_0}{b_0 \cos \beta_0 + n_{1(2)} a_0 \sin \alpha_0} \quad (7)$$

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{b_1 \sin \beta_1 + n_{1(2)} a_1 \cos \alpha_1}{b_1 \cos \beta_1 + n_{1(2)} a_1 \sin \alpha_1} \quad (8)$$

Такое обобщение формул преобразования исходной ячейки в виде параллелограмма оказывается полезным при поэтапном исследовании процессов конечного формоизменения. Результирующее значение интенсивности главных логарифмических деформаций e_i получается суммированием этапных значений ε_{in} :

$$e_i = \sum_1^n \varepsilon_{in}.$$

Поэтапные методы исследования конечных пластических деформаций могут быть использованы и для немонотонных процессов; необходимо только, чтобы каждый этап, на который разбивается немонотонный процесс конечного формоизменения, удовлетворял, хотя бы приближенно, условиям монотонности. При этом направление главных осей деформации на каждом этапе должно совпадать с направлением главных осей напряжений. Основной задачей поэтапного исследования является получение локальной характеристики степени деформации в результате немонотонного формоизменения в условиях сложного нагружения. Для поэтапного исследования используются формулы (5) – (8).

Еще одна группа экспериментальных исследований с помощью метода сеток базируется на теории пластического течения. Здесь непрерывно наблюдаемые изменения формы и размеров ячейки делительной сетки рассматриваются как непрерывные функции некоторого параметра, чаще всего времени. Текущие значения

компонентов деформации определяются на любой стадии процесса в произвольной системе координат и используются как для нахождения текущего положения главных осей скоростей деформации, так и для определения интенсивности скорости деформирования $\dot{\varepsilon}_i$. Величина степени деформации находится из уравнения:

$$e_i = \int_0^t \dot{\varepsilon}_i dt,$$

и, согласно теории пластического течения, главные оси скорости деформации совпадают с главными осями напряжений.

Микроструктурный метод.

Этот экспериментальный метод исследования пластических деформаций предложен Г.А. Смирновым – Аляевым в 1950 году и получил дальнейшее развитие в работах исследователей ленинградской школы пластичности. При разработке основ этого метода измерений была принята гипотеза сплошности строения, согласно которой твердое деформируемое тело состоит из бесконечно большого числа материальных точек, непрерывно заполняющих его объем. В качестве ячеек делительной сетки в микроструктурном анализе используются зерна металла, границы раздела которых видны на микрошлифе при увеличении в 100 – 120 раз. За первоначальную величину принимается длина прямолинейного отрезка, пересекающего определенное количество зерен (обычно 10). Направления отрезков проводятся из центра окружности, вписанной в микрошлиф, через определенное число градусов (например, 15°, 30°, 45°). Исходная структура материала (до деформирования) является однородной и равноосной (т.е. средний размер отрезка ρ_0 может быть предварительно установлен для всего объема тела

и принят при расчетах во всех интересующих нас точках деформированного тела на любых стадиях его формоизменения). Согласно положениям механики сплошной среды, всякая материальная частица твердого тела, имевшая сферическую форму, после деформации преобразуется, в самом общем случае, в эллипсоид, по направлению и величине главных осей которого можно установить направление главных осей деформации и величину трех компонентов деформированного состояния.

В общем случае конечной деформации направление главных осей деформации неизвестно. Для нахождения величины и направления главных осей эллипсоида воспользуемся положениями аналитической геометрии о приведении к каноническому виду уравнения поверхности второго порядка. Общая форма записи уравнения поверхности второго порядка имеет вид:

$$a_{11}x^2 + a_{22}y^2 + a_{33}z^2 + 2a_{12}xy + 2a_{13}xz + 2a_{23}yz + 2a_1x + 2a_2y + 2a_3z + a_{44} = 0 \quad (9)$$

В случае, если уравнение (9) задано относительно декартовой системы координат, следующие комплексы являются инвариантами переноса и поворота координатной системы:

$$\begin{aligned} I_1 &= a_{11} + a_{22} + a_{33} \\ I_2 &= a_{11}a_{22} + a_{11}a_{33} + a_{22}a_{33} - a_{12}^2 - a_{13}^2 - a_{23}^2 \\ I_3 &= \det|a_{ij}|, \quad i, j = 1, 2, 3 \\ I_4 &= \det|a_{ij}|, \quad i, j = 1, 2, 3, 4 \end{aligned} \quad (10)$$

Если $I_3 \neq 0$, то уравнение поверхности второго порядка при помощи поворота и переноса декартовой системы координат может быть преобразовано к виду:

$$\lambda_1 X^2 + \lambda_2 Y^2 + \lambda_3 Z^2 + K_4 = 0, \quad (11)$$

где λ_i - корни характеристического уравнения

$$\lambda^3 - I_1 \lambda^2 - I_2 \lambda - I_3 = 0.$$

Если уравнение (11) определяет эллипсоид, то λ_i одного знака, а K_4 имеет знак, им противоположный. Перенос начала координат в центр симметрии поверхности второго порядка позволяет записать уравнение (9) в таком виде:

$$a_{11}x^2 + a_{22}y^2 + a_{33}z^2 + 2a_{12}xy + 2a_{13}xz + 2a_{23}yz + a_{44} = 0 \quad (12)$$

В случае, когда уравнение (12) определяет эллипсоид, его полуоси вычисляются по формулам:

$$a = \sqrt{-\frac{a_{44}}{\lambda_1}}; \quad b = \sqrt{-\frac{a_{44}}{\lambda_2}}; \quad c = \sqrt{-\frac{a_{44}}{\lambda_3}}; \quad (13)$$

при этом полагается, что $|\lambda_1| \leq |\lambda_2| \leq |\lambda_3|$, т.е. a является наибольшей полуосью, а c – наименьшей. Таким образом, для определения величины и направления осей эллипсоида необходимо найти коэффициенты a_{ij} уравнения (12). Из аналитической геометрии известно, что поверхность второго порядка однозначно определяется шестью точками $M_i(x_i, y_i, z_i)$, (исключение составляют случаи, когда более трех заданных точек лежат в одной плоскости). Если разделить уравнение (12) на один из его коэффициентов и подставить в него координаты точек $M_i(x_i, y_i, z_i), (i = 1 \div 6)$, то получим систему шести уравнений с шестью неизвестными, решение которой позволяет определить коэффициенты уравнения (12). В экспериментальных исследованиях число точек M_i , для которых измеряется радиус – вектор ρ_i относительно некоторой фиксированной системы координат, обычно бывает больше шести, т.е. при стандартном подходе мы получим переопределенную систему,

поэтому на практике для нахождения коэффициентов уравнения (12) используется метод наименьших квадратов [5].

Направляющие косинусы главных осей эллипсоида относительно исходной декартовой системы координат определяются из системы уравнений:

$$\begin{aligned}(a_{11} - \lambda_i)l_i + a_{12}m_i + a_{13}n_i &= 0 \\ a_{21}l_i + (a_{22} - \lambda_i)m_i + a_{23}n_i &= 0\end{aligned}\tag{14}$$

$$a_{31}l_i + a_{32}m_i + (a_{33} - \lambda_i)n_i = 0$$

и дополнительного условия

$$l_i^2 + m_i^2 + n_i^2 = 1\tag{15}$$

Главные деформации определяются как логарифмы отношения величин главных полуосей эллипсоида к первоначальному размеру радиуса сферы ρ_0 , т.е.:

$$\varepsilon_1 = \ln \frac{a}{\rho_0}; \quad \varepsilon_2 = \ln \frac{b}{\rho_0}; \quad \varepsilon_3 = \ln \frac{c}{\rho_0};$$

Преимущества метода:

- а) высокая точность;
- б) возможность исследования деформаций как на поверхности, так и в объеме образца .

Недостатки:

- а) необходимость приготовления микрошлифов, что связано с повреждением исследуемых образцов и деталей.

Экспериментальные исследования

Целью выполнения лабораторной работы является измерение необратимых деформаций на поверхности плоского стального образца с концентратором с помощью метода делительных сеток.

Для нанесения сетки на поверхность образца применяется следующее оборудование:

- а) металлическая матрица с рельефным рисунком;
- б) два упругих (резиновых) валика (А и Б);
- в) стекло для раскатывания типографской краски;
- г) измерительные приборы;

Порядок выполнения работы:

1. Тщательно обработать поверхность образца наждачной бумагой и протереть спиртом или ацетоном.
2. Раскатать тонким слоем краску валиком А на чистом стекле.
3. Этим же валиком перенести краску на рельеф матрицы.
4. Прокатать валик Б по матрице, покрытой краской, **на один оборот (без нажима)**.
5. С валика Б накатать рисунок сетки на поверхность образца.
6. Просушить нанесенную сетку и пронумеровать 4 – 5 ячеек сетки в зоне концентратора в продольном и поперечном направлениях.
7. Подвергнуть образец растяжению на испытательной машине УМ –10 ТМ.
8. Произвести замеры помеченных ячеек и подсчитать пластические деформации.

Литература.

1. Смирнов – Аляев Г.А. Сопротивление материалов пластическому деформированию. / Инженерные методы расчета операций пластической обработки материалов/. Изд.2-е. М.-Л.: Машгиз, 1961.- 463с.
2. Зибель Э. Обработка металлов в пластическом состоянии. (Пер. с немецкого), Свердловск: Metallurgizdat, 1934.- 198с.
3. Пашков П.О. Пластичность и разрушение металлов. Л.: Судпромгиз, 1950.- 259с.
4. Смирнов – Аляев Г.А. Сопротивление материалов пластическому деформированию. Л.: Машиностроение, 1978.- 368с.
5. Румшицкий Л.З. Математическая обработка результатов эксперимента. М.: Наука, 1971.- 192с.